

Options for solving two-dimensional elastic bodies using the finite element method

M.M. Rasulmuhamedov¹^a, Sh.B. Shukurova¹^b

¹Tashkent state transport university, Tashkent, Uzbekistan

Abstract: The finite element method is an effective numerical method used to solve various problems in engineering, physics, mathematics and other fields, which allows to divide complex geometry into simple elements and find approximate solutions to them

Keywords: finite element, finite difference, method, principle, geometric field.

Ikki o'lchovli elastik jismlarni chekli elementlar usulida yechish imkoniyatlari

Rasulmuhamedov M.M.¹^a, Shukurova Sh.B.¹^b

¹Toshkent davlat transport universiteti, Toshkent, O'zbekiston

Annotatsiya: Chekli elementlar usuli - texnika, fizika, matematika va boshqa sohalardagi turli masalalarni yechishda qo'llaniladigan samarali raqamli usul bo'lib, murakkab geometriyani oddiy elementlarga ajratish va ularga taxminiy yechimlarni topish imkonini beradi.

Keywords: chekli element, chekli ayirma, usul, tamoyil, geometrik soha.

1. Kirish

Chekli elementlar usuli murakkab muhandislik muammolarini hal qilish uchun raqamli yondashuvdan foydalanadi. Bu murakkab geometrik tuzilmalar va materiallarni oddiyroq elementlarga bo'lish orqali ularni taxmin qilish imkonini beradi. Bu usul mexanika, issiqlik uzatish, elektromagnetizm va boshqalar kabi turli sohalarda keng qo'llaniladi. Biz chekli elementlar usulining asosiy tamoyillari, uning afzalliklari va kamchiliklari, shuningdek, uni qo'llash misollarini ko'rib chiqamiz.

Chekli elementlar usuli (CHEU) turli xil matematik modellashirish va tahlil muammolarini hal qilish uchun ishlatiladigan raqamli usuldur. U murakkab geometrik sohani chekli elementlar deb ataladigan sodda kichik sohalarga ajratishga asoslangan. Har bir chekli element matematik modelni osongina aniqlash va analitik yoki raqamli yo'l bilan yechish mumkin bo'lgan sohaning kichik qismini ifodalaydi.

Chekli elementlar usuli mexanika, issiqlik uzatish, elektromagnetizm, suyuqlik dinamikasi va boshqalar kabi turli sohalarda keng qo'llaniladi. Bu mexanik tuzilmalar, elektr zanjirlari, issiqlik jarayonlari va boshqalar kabi murakkab tizimlarning xatti-harakatlarini modellashirish va tahlil qilish imkonini beradi.[1]

Chekli elementlar usulining asosiy g'oyasi alohida chekli elementlar bo'yicha yechimlarni birlashtirish orqali muammoning yechimini butun soha bo'ylab yaqinlashtirishdir. Buning uchun har bir chekli element qaralayotgan element chegaralaridagi kerakli funksiya va uning hosilalari qiymatlarini bog'laydigan tenglamalar to'plami bilan tavsiflanadi.

2. Tadqiqot metodikasi

Sohani chekli elementlarga bo'lish va har bir element uchun tenglamalarni shakllantirishdan so'ng, butun tizimning harakatini tavsiflovchi tenglamalar tizimi yig'iladi. Tenglamalar tizimi keyinchalik muammoning taxminiy yechimini olish uchun Gauss usuli yoki yugurish (progonka) usuli kabi turli xil usullar yordamida sonli yechiladi.

Chekli elementlar usuli murakkab geometrik shakllarni modellashirish, turli fizik hodisalarni hisobga olish, yaqinlashish funksiyalarini tanlashda moslashuvchanlik, noxiziqli shartli masalalarni yechish kabi bir qator afzalliklarga ega. Biroq, u yuqori hisoblash murakkabligi va natijalarni tasdiqlash va moslashtirish zarurati kabi ba'zi kamchiliklarga ega.

Chekli elementlar usulining (CHEU) ishlash prinsipi murakkab geometrik sohani chekli elementlar deb ataladigan oddiy kichik sohalarga ajratishga asoslangan. Har bir chekli element matematik modelni osongina aniqlash va analitik yoki raqamli yo'l bilan yechish mumkin bo'lgan sohaning kichik qismini ifodalaydi.

Chekli elementlar usuli jarayoni quyidagi bosqichlarni o'z ichiga oladi:

Sohani chekli elementlarga bo'lish;

Murakkab geometrik soha chekli elementlar deb ataladigan sodda kichik sohalarga bo'linadi. Chekli elementlar turli shakllarga ega bo'lishi mumkin, masalan, uchburchaklar, to'rtburchaklar, tetraedrlar yoki geksaedrlar. Sohani chekli elementlarga bo'lish matematik modelni soddalashtirish va uni sonli yechish imkonini beradi.

^a <https://orcid.org/0000-0001-8404-3013>

^b <https://orcid.org/0009-0007-2900-0046>



Har bir chekli element uchun element chegaralarida kerakli funksiya va uning hosilalari qiymatlarini bog'laydigan tenglamalar tuziladi. Bu tenglamalar massaning saqlanish qonuni, energiyaning saqlanish qonuni yoki harakat tenglamalari kabi fizik qonunlardan kelib chiqadi.

Har bir chekli element uchun tenglamalar tuzilgandan so'ng, butun tizimning xatti-harakatlarini tavsiflovchi tenglamalar tizimi yig'iladi. Bunga har bir chekli element uchun tenglamalarni birlashtirish va chegara shartlarini hisobga olgan holda erishiladi.

Hosil bo'lgan tenglamalar tizimi turli usullar, masalan, Gauss usuli yoki yugurish (progonka) usuli yordamida sonli yechiladi. Maqsad - tenglamalar va chegara shartlarini qondiradigan butun soha bo'ylab kerakli funksiyaning qiymatlarini topish.

Raqamli yechim olingandan so'ng, uning to'g'riligi tekshiriladi va kerak bo'lganda moslashtiriladi. Bu yechimning yaqinlashuvini tekshirish, xatolarni tahlil qilish va sohani chekli elementlarga bo'linishini yaxshilashni o'z ichiga olishi mumkin.

Shunday qilib, chekli elementlar usulining ishlash prinsipi alohida chekli elementlar bo'yicha yechimlarni birlashtirish orqali butun soha bo'yicha muammoning yechimini taxmin qilishdir. Bu murakkab tizimlarning harakatini raqamli usullar yordamida modellashtirish va tahlil qilish imkonini beradi.

Chekli elementlar usulining afzalliklari:

1. **Ko'p qirralilik:** Chekli elementlar usuli (CHEU) mexanika, issiqlik uzatish, elektromagnetizm va boshqalar kabi turli sohalarida keng ko'lamli muammolarni hal qilish uchun qo'llanilishi mumkin. Bu uni turli tizimlar va jarayonlarni modellashtirish va tahlil qilish uchun universal vositaga aylantiradi.

2. **Moslashuvchanlik:** CHEU murakkab geometrik shakllar va tuzilmalarni, jumladan, birjinsli bo'lmagan va noxizizliq materiallarni modellashtirish imkonini beradi. Bu muammoni hal qilishda materiallarning real sharoitlari va xususiyatlarini hisobga olish imkonini beradi.

3. **Yuqori aniqlik:** CHEU muammoni hal qilishda yuqori aniqlikni ta'minlaydi, ayniqsa sohani nisbatan kichik chekli elementlarga bo'linishidan foydalanganda. Bu analitik usullar yoki boshqa raqamli usullarni qo'llashdan ko'ra aniqroq natijalarni olish imkonini beradi.

4. **Chegaraviy shartlarni hisobga olish qobiliyati:** CHEU turli xil chegara sharoitlarini, masalan, yuklarni, mahkamlash va harorat sharoitlarini hisobga olish imkonini beradi. Bu sizga real vaziyatlarni modellashtirish va turli xil tashqi ta'sirlar ostida tizimning xatti-harakatlarini tahlil qilish imkonini beradi.[3]

5. **Optimallashtirish qobiliyati:** CHEU konstruksiyalarni va jarayonlarni optimallashtirish uchun ishlatilishi mumkin. Geometriyani, materiallarni yoki boshqa parametrlarni o'zgartirish orqali berilgan talab va cheklolarni qondiradigan optimal yechimni topish mumkin.

Chekli elementlar usulining kamchiliklari:

1. Yuqori hisoblash xarajatlari: CHEU muhim hisoblash resurslarini talab qiladi, ayniqsa ko'p sonli sonli elementlarga ega murakkab tizimlarni modellashtirishda. Bu uzoq vaqt xarajatlarga va yuqori unumdor kompyuterlarga bo'lgan talablarga olib kelishi mumkin.

2. Tajriba va maxsus dasturiy ta'minotga bo'lgan talab: CHEU ni muvaffaqiyatli qo'llash raqamli modellashtirish sohasida tajriba va bilimlarni talab qiladi. Bundan tashqari, qimmat bo'lishi mumkin va ta'lim talab qiladigan maxsus dasturlardan foydalanishingiz kerak.

3. Taxminiy yechim: CHEU sonli usul bo'lib, uning natijalari har doim taxminiy bo'ladi. Yechimning aniqligi sohani chekli elementlarga bo'linishi va boshqa modellashtirish parametrlariga bog'liq. Noto'g'ri bo'linish yoki parametrlarni noto'g'ri tanlash noto'g'ri natijalarga olib kelishi mumkin.[8]

4. Murakkab fizik hodisalar bo'yicha cheklolvar: CHEU chiziqli bo'lmagan materiallar, katta deformatsiyalar yoki dinamik jarayonlar kabi ba'zi murakkab fizik hodisalarni modellashtirishda cheklolvar ega bo'lishi mumkin. Bunday hollarda murakkabroq usullardan foydalanish yoki modelni takomillashtirish kerak bo'lishi mumkin.

5. To'r sifatiga bog'liqlik: sohani chekli elementlarga bo'lish sifati yechimning aniqligi va ishonchligiga sezilarli ta'sir ko'rsatishi mumkin. Noto'g'ri to'r yoki to'rdagi nomuvofiqliklar natijalardagi xatolar va noaniqliklarga olib kelishi mumkin.[2]

Ba'zi kamchiliklarga qaramay, chekli elementlar usuli turli tizimlar va jarayonlarni modellashtirish va tahlil qilish uchun eng keng tarqalgan va samarali raqamli usullardan biri bo'lib qolmoqda.

Chekli elementlar usulini turli sohalarida qo'llash

Mexanika. Chekli elementlar usuli (CHEU) mexanikada qattiq jismlar va tuzilmalarning harakatlarini tahlil qilish va modellashtirish uchun keng qo'llaniladi. Bu sizga deformatsiyalanuvchi jismlar mexanikasi bilan bog'liq muammolarni hal qilish imkonini beradi, masalan, konstruksiyalardagi kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash, mustahkamlik va qattiqlikni hisoblash, dinamik jarayonlarni tahlil qilish va boshqalar. CHEU geometriya, materiallar, chegara sharoitlari va yuklar kabi turli omillarni hisobga olishi mumkin, bu uni mexanik muammolarni hal qilish uchun kuchli vositaga aylantiradi.

Issiqlik uzatish. Issiqlik uzatish sohasida CHEU turli tizimlarda issiqlik uzatish jarayonlarini modellashtirish va tahlil qilish uchun ishlatiladi. Bu materiallar va inshootlardagi harorat, issiqlik oqimi va temperatura o'tishlarning taqsimlanishini aniqlash bilan bog'liq muammolarni hal qilishga imkon beradi. CHEU materiallarning issiqlik o'tkazuvchanligi, issiqlik manbalari va chegara sharoitlari kabi turli omillarni hisobga olishi mumkin, bu uni issiqlik uzatish tahlili uchun samarali vositaga aylantiradi.

Elektromagnetizm. CHEU elektromagnit maydonlar va jarayonlarni modellashtirish va tahlil qilish uchun elektromagnetizm sohasida ham qo'llaniladi. U elektr va magnit maydonlarining taqsimlanishi, elektr va magnit potentsiallarni aniqlash, muhitning elektromagnit to'lqinlar bilan o'zaro ta'sirini tahlil qilish va boshqa elektromagnit hodisalar bilan bog'liq muammolarni hal qilish imkonini beradi. CHEU elektr o'tkazuvchanligi, magnit o'tkazuvchanligi va chegara sharoitlari kabi turli omillarni hisobga olishi mumkin, bu esa uni elektromagnit hodisalarni tahlil qilish uchun foydali vositaga aylantiradi.[7]

Gidrodinamika. Suyuqlik dinamikasida CHEU suyuqlik va gazlarning harakatini modellashtirish va tahlil qilish uchun ishlatiladi. Bu suyuqlik yoki gazning bosimi, tezligi va oqimining taqsimlanishini aniqlash, gidrodinamik kuchlar va boshqa parametrlarni tahlil qilish bilan bog'liq muammolarni hal qilish imkonini beradi. CHEU yopishqoqlik, zichlik va chegara sharoitlari kabi turli omillarni hisobga olishi mumkin, bu uni gidrodinamik jarayonlarni tahlil qilish uchun foydali vositaga aylantiradi.[4]

Akustika. Akustika sohasida CHEU turli muhit va tuzilmalarda tovush va tebranishlarning tarqalishini modellashtirish va tahlil qilish uchun ishlatiladi. Bu tovush



bosimi, tovush tezligi va chastotasining taqsimlanishini aniqlash, rezonans hodisalarini va boshqa parametrlarni tahlil qilish bilan bog'liq muammolarni hal qilish imkonini beradi. CHEU akustik impedans, yutilish va chegara sharoitlari kabi turli omillarni hisobga olishi mumkin, bu uni akustik hodisalarini tahlil qilish uchun foydali vositaga aylantiradi.

Bular chekli elementlar usuli qo'llaniladigan sohalarining faqat bir qismidir. Shuningdek, u aerodinamika, geotexnika muhandisligi, biomexanika, kimyo muhandisligi va murakkab tizimlar va jarayonlarni modellash va tahlil qilishni talab qiladigan boshqa sohalarida qo'llanishni topadi.

Chekli elementlar usulidan foydalanishga misollar

1-misol: Mexanika. Chekli elementlar usulini mexanikada qo'llashga misollardan biri metall konstruksiyadagi kuchlanish va deformatsiyalarni tahlil qilishdir. Tasavvur qilaylik, yuklangan po'lat balka bor. Biz balka ichidagi kuchlanish va kuchlanish taqsimotini aniqlash uchun CHEU dan foydalanishimiz mumkin. Buning uchun biz balkani chekli elementlar deb ataladigan ko'plab kichik elementlarga ajratamiz va matematik modellar yordamida har bir elementning xatti-harakatlarini taxmin qilamiz. Keyin har bir elementdagi va umuman tuzulmadagi kuchlanish va deformatsiyalarni olish uchun tenglamalar tizimini yechamiz. Bu bizga tuzulmaning mustahkamligi va bikirligini baholash va uni mustahkamlash yoki optimallashtirish uchun tegishli choralarni ko'rish imkonini beradi.

2-misol: Issiqlik uzatish. Chekli elementlar usulini qo'llashning yana bir misoli tizimda issiqlik uzatishni modellashdir. Tasavvur qilaylik, bizda issiqlik bir muhitdan ikkinchisiga o'tkaziladigan issiqlik almashtirgich bor. Issiqlik almashtirgich ichidagi harorat taqsimoti va issiqlik oqimini aniqlash uchun biz CHEU dan foydalanishimiz mumkin. Buning uchun biz issiqlik almashtirgichni chekli elementlarga ajratamiz va matematik modellar yordamida har bir elementning xatti-harakatlarini taxmin qilamiz. Keyin har bir elementda va butun tizimda harorat va issiqlik oqimini olish uchun tenglamalar tizimini yechamiz. Bu bizga issiqlik uzatish samaradorligini baholash va uni yaxshilash yoki optimallashtirish choralarni ko'rish imkonini beradi.

3-misol: Elektromagnetizm. Chekli elementlar usulini qo'llashning uchinchi misoli elektromagnit maydonlar va jarayonlarni modellash bilan bog'liq. Tasavvur qilaylik, bizda elektr yoki magnit maydonni o'lchash uchun ishlatiladigan elektromagnit sensori bor. Sensor ichidagi elektr yoki magnit maydon taqsimotini aniqlash uchun CHEU dan foydalanishimiz mumkin. Buning uchun biz sensorni chekli elementlarga ajratamiz va matematik modellar yordamida har bir elementning xatti-harakatlarini taxmin qilamiz. Keyin har bir elementda va umuman sensorda elektr yoki magnit maydon qiymatlarini olish uchun tenglamalar tizimini hal qilamiz. Bu bizga sensorning sezgirligi va aniqligini baholash va uni yaxshilash yoki optimallashtirish choralarni ko'rish imkonini beradi.[5]

Bular chekli elementlar usulidan foydalanishga misollardir. Shuningdek, u aerodinamika, geotexnika muhandisligi, biomexanika, kimyo muhandisligi va murakkab tizimlar va jarayonlarni modellash va tahlil qilishni talab qiladigan boshqa sohalarida tatbiqlarni topadi.

Chekli elementlar usulini qo'llashning asosiy bosqichlari

1-qadam: Muammoning bayoni. Chekli elementlar usulini qo'llashning birinchi bosqichi muammoni shakllantirishdir. Bu bosqichda tizimning geometriyasi va chegaraviy shartlari, shuningdek, hal qilinadigan masala aniqlanadi. Masalan, bu mexanik tuzulmadagi kuchlanish va kuchlanishni yoki issiqlik uzatish tizimidagi haroratni taqsimlashni aniqlash bo'lishi mumkin.

2-qadam: Chekli elementlarga bo'linishi. Muammoni qo'ygandan so'ng, keyingi qadam tizimni chekli elementlarga bo'lishdir. Cheklangan elementlar - bu tizimning kichik qismlari bo'lib, ularning xatti-harakatlarini matematik modellar yordamida yaqinlashtirish mumkin. Muammoning geometriyasi va xususiyatlariga qarab, cheklangan elementlarga bo'linish ixtiyoriy yoki tuzulmali bo'lishi mumkin.

3-bosqich: Matematik modelni shakllantirish. Chekli elementlarga bo'lingandan so'ng, har bir element uchun matematik modelni shakllantirish kerak. Matematik model elementning harakatini va uning tugunlari orasidagi bog'lanishlarni tavsiflaydi. Buning uchun mexanika tenglamalari, issiqlik o'tkazuvchanligi yoki elektromagnetizm kabi turli xil tenglamalar va qonunlar qo'llaniladi.[6]

4-qadam: Bikirlik matritsasini yig'ish va jamlash. Har bir element uchun matematik modelni shakllantirgandan so'ng, bikirlik matritsasi yig'iladi va jamlanadi. Bikirlik matritsasi to'plami har bir element uchun mahalliy bikirlik matritsalarini hisoblash va tizimning global bikirlik matritsasini olish uchun ularni jamlashdan iborat. Bikirlik matritsasi tizim tugunlari orasidagi bog'lanishlarni aks ettiradi va noma'lum qiymatlarni aniqlash uchun tenglamalar tizimini yechishga imkon beradi.

5-bosqich: Tenglamalar tizimini yechish. Qattiqlik matritsasi yig'ilgandan so'ng, kuchlanish, deformatsiya, harorat yoki elektr maydoni kabi noma'lum qiymatlarni aniqlash uchun tenglamalar tizimi yechiladi. Tenglamalar tizimini yechish Gauss usuli yoki yugurish (progonka) usuli kabi turli usullar yordamida amalga oshirilishi mumkin.

6-qadam: Natijalarni tahlil qiling. Chekli elementlar usulini qo'llashning oxirgi bosqichi olingan natijalarni tahlil qilishdir. Bu deformatsiya, kuchlanish, harorat yoki elektr maydon kabi qiziqish parametrlari uchun olingan qiymatlarni baholash va sharhlashni o'z ichiga oladi. Natijalarni tahlil qilish tizimning xatti-harakatlari va tizimni takomillashtirish yoki optimallashtirish bo'yicha tegishli qarorlar yoki chora-tadbirlar to'g'risida xulosalar chiqarish imkonini beradi.[9]

Shunday qilib, chekli elementlar usulini qo'llashning asosiy bosqichlari masalani shakllantirish, chekli elementlarning parchalanishi, matematik modelni shakllantirish, bikirlik matritsasini yig'ish va jamlash, tenglamalar tizimini yechish va natijalarni tahlil qilishdan iborat. Bu jarayon fan va texnikaning turli sohalaridagi murakkab tizim va jarayonlarni modellash va tahlil qilish imkonini beradi.



Sonli usullar tahlili

Tafsifi	Chekli elementlar usuli	Chekli ayirma usuli	Chekli hajm usuli
Ta'rifi	Murakkab geometrik obyektlarini oddiyroq obyektlarga (chekli elementlar) bo'lishga asoslangan usul, bunda yechim asosiy funksiyalarning chiziqli birikmasi bilan yaqinlashadi.	Tugunlar tarmog'idagi ayirma munosabatlari bo'yicha hosilalarni yaqinlashtirishga asoslangan usul..	Obyektni cheklangan hajmlarga bo'lishga asoslangan usul, bunda yechim har bir hajmdagi o'rtacha qiymatga yaqinlashtiriladi.
Ishlash tamoyili	Har bir chekli element bo'yicha tenglamalarni yeching va natijalarni butun obyekt uchun yechim olish uchun birlashtiradi.	Har bir to'r tugunida tenglamalarni yechish va hosilalarni yaqinlashda ayirma munosabatlaridan foydalaniladi	Har bir chekli hajm bo'yicha tenglamalarni yechish va o'rtacha qiymatdan foydalanib, yechimga yaqinlashish.
Ustivorligi	Murakkab geometrik obyektlarni modellashtirishda moslashuvchanlik, turli xil chegara sharoitlarini hisobga olish qobiliyati, juda oz sonli elementlar bilan yuqori aniqlik.	Amalga oshirish qulayligi, hisoblash resurslariga past talablar, murakkab to'r bilan yaxshi yaqinlashish.	Tuzulmasi bo'lmagan to'rlarni modellashtirishda qulaylik, massa va energiyani tejashni hisobga olgan holda qo'pol to'r bilan yaxshi yaqinlashish.
Kamchiliklar	Ko'p sonli elementlarga ega yuqori hisoblash murakkabligi, har bir element bo'yicha chegara shartlarini hisobga olish zarurati.	Murakkab geometrik maydonlar uchun cheklangan qo'llanilishi cheklanganligi, qo'pol to'rda yaqinlashish aniqligini pastligi.	Tuzulmali to'rlar uchun qo'llanilishi murakkabligi, murakkab geometrik sohalar uchun cheklangan qo'llanishligi.
Tatbig'i	Mexanika, issiqlik uzatish, elektromagnetizm, gidrodinamika, akustika va fan va texnikaning boshqa sohalar.	Issiqlik uzatish, elektromagnetizm, gidrodinamika, akustika va fan va texnikaning boshqa sohalar.	Suyuqlik dinamikasi, issiqlik uzatish, neft va gaz sanoati va fan va texnikaning boshqa sohalar.

3. Xulosa

Chekli elementlar usuli turli fizik hodisalar va jarayonlarni modellashtirish va tahlil qilish uchun kuchli vositadir. U analitik tarzda yechilmaydigan murakkab muammolarni hal qilishga imkon beradi va tizimning xatti-harakatlari haqida batafsil ma'lumot beradi.

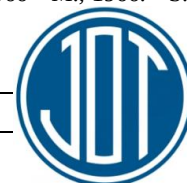
Chekli elementlar usulini mexanika, issiqlik uzatish, elektromagnetizm va boshqa shu kabi turli sohalarida qo'llash konstruksiyalarni loyihalash va optimallashtirishdan tortib fizik jarayonlarni modellashtirishgacha bo'lgan keng ko'lamli muammolarni hal qilish imkonini beradi.

Shu bilan birga, chekli elementlar usulining ayrim cheklovlari va kamchiliklarini hisobga olish kerak, masalan, yaqinlashish va diskretlashtirish zarurati, raqamli xatolar ehtimoli va natijalarni tasdiqlashning qiyinligi.

Umuman olganda, chekli elementlar usuli muhandislar va olimlar uchun turli tizimlar va jarayonlarni tahlil qilish va optimallashtirish uchun muhim vositadir.

Foydalanilgan adabiyotlar / References

- [1] Сикулович М. Метод конечных элементов. Москва, Стройиздат, 1993 г.
- [2] C.A. Vidal et al., [Design sensitivity analysis for rate-independent elastoplasticity](#) Comp. Meth. in Appl. Mech. and EngF.H. Clarke, Optimization and Nonsmooth Analysis, Wiley, New York,...1993, 34
- [3] M. Kočvara et al. On optimization of systems governed by implicit complementarity problems, umerical Functional Analysis and Optimization, 1994,45.
- [4] Karmishin A.V., Myachenkov V.I., Repin A.A. Ortotropik plitalarning chekli farqli tenglamalarini olishning variatsion usuli // Strukturaviy mustahkamlikning ba'zi savollari: Sat. maqolalar. - B. m., 1967. - Nashr. 3. - 63-67-betlar.
- [5] Weinberg D.V., Sinyavskiy A.L. Plitalar va qobiqlar nazariyasida diskret tahlil // VI Butunittifoq materiallari. konf. qobiqlar va plitalar nazariyasi bo'yicha, 1966 - M., 1966. - S. 209-214.



[6] Расулмухамедов М.М, Каримов И.М. Исследование упругого поведения пространственной коробчатой конструкции // «Вестник ТашИИТа» 2005. 33.

[7] Barashkov V.N., Lyukshin B.A. Elastiklik va plastiklik nazariyasida uch o'lchovli masalani amalga oshirish algoritmi // Modellash tirish

[8] Mexanika bo'yicha bilimlar: Sat. ilmiy tr. / RAS. Sib. Bo'lim Nazariya instituti. va adj. mo'yna. - Novosibirsk, 1993. - T. 7 (24), No 4. - S. 10-25.

[9] Nokh V.F. SEL - statsionar bo'lmagan ikki o'lchovli muammolarni hisoblash uchun qo'shma Eyler-Lagranj usuli // Gidrodinamikada hisoblash usullari. - M., 1967. - B. 128-184.

Mualliflar haqida ma'lumot / Information about the authors

Rasulmuhamedov Muxamadaziz Muxamadaminovich / Rasulmuhamedov Mukhamadaziz Mukhamadaminovich	Toshkent davlat transport universiteti “Transportda axborot tizimlari va texnologiyalari” kafedrası dotsenti. (PhD), E-mail: prof.rasulmukhamedov@gmail.com Tel.:+998901205980 https://orcid.org/0000-0001-8404-3013
Shukurova Shohsanam Bahridin qizi / Shukurova Shohsanam Bahridin qizi	Toshkent davlat transport universiteti “Transportda axborot tizimlari va texnologiyalari” kafedrası doktoranti. E- mail: shoxsanamm2896@gmail.com Tel.:+998909607728 https://orcid.org/0009-0007-2900-0046

